الامتحان التجريبي في مادة الرياضيات
دورة يناير 2011

توجيهات عامة:

- ✓ أجب في ورقة مزدوجة
- ✓ أكتب اسمك الكامل في ورقة تحريرك
- ✓ مدة الامتحان: 3 ساعات

التمرين الأول: (3 نقط)

1) (U_n) متتالية تحقق: $|Un - 2| \leq 2 \times (\frac{3}{5})^n \quad / \quad \forall n \in \mathbb{N}$

حدد نهاية (U_n).

2) $f(x) = x^3 + x - 1$

بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا في المجال $]0,1[$.

3) أكتب Z على الشكل المثلثي:

$$Z = 2(\cos\frac{\pi}{7} - i\sin\frac{\pi}{7})$$

التمرين الثاني: (6 نقط)

نعتبر في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(o,\vec{u},\vec{v})$ ، النقط A و B و C التي الحاقها على التوالي هي: $Z_A = 2 - 2i\sqrt{3}$ و $Z_B = = 2 + 2i\sqrt{3}$ و $Z_C = 8$.

1) مثل النقط A و B و C.

2) أكتب على الشكل المثلثي الأعداد Z_A و Z_B و Z_C.

3) نضع $Z = \frac{Z_A - Z_C}{Z_B - Z_C}$

أ - أكتب Z على الشكل الجبري.

ب -حدد $|Z|$ و $\arg|Z|$.

ت -استنتج أن المثلث ABC متساوي الأضلاع.

4) حدد مجموعة النقط M(z) التي تحقق $|z - 2 - 2i\sqrt{3}| = |z - 8|$.

مؤسسة توماس إديسون الخصوصية
حي الليمون الرباط

السنة الدراسية: **2011.2010**
مستوى: الثانية باك ع ح و الأرض
للأستاذ: بناصر الكامون

الامتحان التجريبي في مادة الرياضيات
دورة يناير 2011

مسألة: (11 نقطة)

الجزء الأول:

نعتبر الدالتين g و h المعرفتين على المجال $]0,+\infty[$ بما يلي:

$h(x) = x + (x - 2)\ln x$ و $g(x) = x - 1 - \ln x$.

1) أ- أحسب $g'(x)$ لكل x من المجال $]0,+\infty[$ ثم ادرس منحى تغيرات الدالة g.
ب- استنتج أن $g(x) \geq 0$ لكل x من المجال $]0,+\infty[$.
2) أ- بين أن: $h(x) = 1 + g(x) + (x - 1)\ln x$ لكل x من المجال $]0,+\infty[$.
ب- بين أن: $(x - 1)\ln x \geq 0$ لكل x من المجال $]0,+\infty[$.
3) استنتج أن $h(x) > 0$ لكل x من المجال $]0,+\infty[$.

الجزء الثاني:

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ بما يلي: $f(x) = 1 + x\ln x - (\ln x)^2$
و ليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم.

1) أ- أحسب $\lim_{\substack{n\to 0\\ x>0}} f(x)$ ثم أول النتيجة مبيانيا.
ب- أحسب $\lim_{n\to+\infty} f(x)$ ثم حدد الفرع اللانهائي للمنحنى (C) بجوار $+\infty$.
(لاحظ أن: $f(x) = 1 + x\ln x.(1 - \frac{\ln x}{x})$)
2) أ- بين أن $f'(x) = \frac{h(x)}{x}$ لكل x من المجال $]0,+\infty[$.
ب- استنتج أن الدالة f تزايدية قطعا على المجال $]0,+\infty[$.
3) ليكن (Δ) المستقيم المماس للمنحنى (C) في النقطة $A(1,1)$.
أ - بين أن معادلة ديكارتية للمستقيم (Δ) هي $y = x$.
ب -تحقق من أن: $f(x) - x = (\ln x - 1)g(x)$ من المجال $]0,+\infty[$.
ت -أدرس إشارة $f(x) - x$ ثم استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C) و المستقيم (Δ).
4) أنشئ المنحنى (C) و المستقيم (Δ) في نفس المعلم. (نقبل أن المنحنى (C) يقبل نقطة انعطاف أفصولها محصور بين 1 و 1,5).

الجزء الثالث:

نعتبر المتتالية (U_n) المعرفة بما يلي: $U_0 = \sqrt{e}$ و $U_{n+1} = f(U_n)$ لكل n من $\mathbb{N}$.

1) بين بالترجع أن $1 < U_n < e$ لكل n من $\mathbb{N}$.
2) بين أن المتتالية (U_n) تناقصية (يمكنك استعمال السؤال 3 - ت من الجزء الثاني).
3) استنتج أن (U_n) متقاربة و احسب نهايتها.